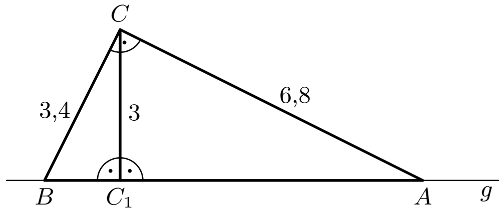
Schlaue Leute werden durch die Fehler von anderen klug

Aufgabe 3

Konstruiere das Dreieck ABC aus $\gamma = 90°$, $h_c = 3\,\text{cm}$ und $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$! Zeichne mit Millimetergenauigkeit!

1. Lösungsweg

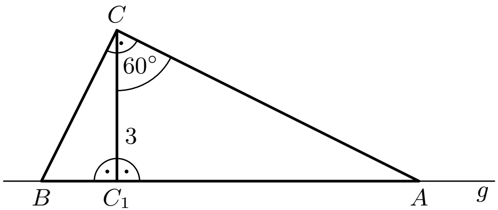
Wir zeichnen eine Gerade g. Es sei C_1 ein beliebiger Punkt auf g und C_1C senkrecht zu g mit $\overline{C_1C} = 3\,\text{cm}$. Damit ist $h_c = \overline{C_1C} = 3\,\text{cm}$. Wir legen nun die Spitze des Geodreiecks an C an. Damit entsteht $\gamma = 90°$. Durch systematisches Probieren erhalten wir $\overline{BC} = 3{,}4\,\text{cm}$ und $\overline{AC} = 6{,}8\,\text{cm}$.



Damit ist auch die dritte Bedingung erfüllt, denn es gilt

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{3{,}4}{6{,}8} = \frac{1}{2}\,.$$

2. Lösungsweg



Wir zeichnen eine Gerade g. Es sei C_1 ein beliebiger Punkt auf g und C_1C senkrecht zu g mit $\overline{C_1C} = 3\,\text{cm}$. Damit ist $h_c = \overline{C_1C} = 3\,\text{cm}$. Wir legen nun die Spitze des Geodreiecks an C an. Damit entsteht $\gamma = 90°$. Die Höhe des Dreiecks teilt den Winkel γ in zwei Winkel mit den Größen $30°$ und $60°$, denn $\frac{30°}{60°} = \frac{1}{2}$.

Mit dem Geodreieck werden diese Winkel bei C konstruiert. Die Schnittpunkte mit g sind B und A.

Bemerkung

In den rechtwinkligen Dreiecken BCC_1 und C_1AC aus der unteren Figur berechnen wir $\overline{BC}$ und $\overline{CA}$.

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{CC_1}}{\overline{BC}} \qquad \Longrightarrow \qquad \overline{BC} = \frac{3}{\cos 30^\circ} = 3{,}4\,\mathrm{cm}$$

Dies stimmt mit der Figur des 1. Lösungswegs überein.

$$\cos 60^\circ = \frac{\overline{CC_1}}{\overline{AC}} \qquad \Longrightarrow \qquad \overline{AC} = \frac{3}{\cos 60^\circ} = 6\,\mathrm{cm}$$

Dies ist aber *nicht* wie im ersten Lösungsweg, denn $6 \neq 6{,}8$.
Widerspruch! – Was ist richtig? Was ist falsch? Warum?