

## Schlaue Leute werden durch die Fehler von anderen klug

### Aufgabe 6

Löse die Gleichungen:

$$\text{a) } x^{x^{x^{\dots}}} = 2 \quad \text{b) } x^{x^{x^{\dots}}} = 4, \quad \text{wobei } x > 0.$$

### Anmerkungen

$$1. \quad x^{x^x} = x(x^x), \quad x^{x^{x^x}} = x(x(x^x)) \quad \text{usw.}$$

2.  $x^{x^{x^{\dots}}}$  enthält unendlich viele  $x$ -e und ist definiert als  $\lim_{n \rightarrow \infty} x^{x^{x^{\dots x}}}$ , wobei die Funktion aus  $n$   $x$ -en besteht.

### Lösung

a) Aus  $a = b$  folgt  $x^a = x^b$ . Wir potenzieren  $x$  mit beiden Seiten der Ausgangsgleichung.

$$x^{x^{x^{\dots}}} = x^2$$

Laut Bedingung ist die linke Seite 2.

$$2 = x^2$$

Antwort: Da  $x > 0$  ist die einzige Lösung  $x = \sqrt{2}$ .

b) Wir potenzieren  $x$  mit beiden Seiten der Ausgangsgleichung.

$$x \cdot x \cdot x \cdot \dots = x^4$$

Laut Bedingung ist die linke Seite 4.

$$4 = x^4$$

*Antwort:* Es folgt die Lösung  $x = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$ .

### Bemerkung

Beide Gleichungen haben als Lösung  $x = \sqrt{2}$ . Daraus folgt aber  $2 = 4$ .

Widerspruch! – Was ist richtig? Was ist falsch? Warum?