

Schlaue Leute werden durch die Fehler von anderen klug

Weitere Informationen zu den Aufgaben und zum Wettbewerb finden sich unter www.wurzel.org/werkstatt.

Aufgabe 7

Berechne das Dreieck ABC mit $a = 3$ cm, $c = 5$ cm und $\beta = 54^\circ$. Runde auf eine Dezimale.

1. Lösungsweg

Erst ermitteln wir b mit dem Kosinussatz.

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 54^\circ.$$

Daraus folgt: $b \approx 4,0$ cm.

Wir arbeiten nun mit dem Sinussatz.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a \sin \beta}{b} = \frac{3 \sin 54^\circ}{4} \Rightarrow \alpha \approx 37,4^\circ.$$

Aus der Winkelsumme folgt $\gamma \approx 88,6^\circ$.

Antwort: $b \approx 4,0$ cm, $\alpha \approx 37,4^\circ$, $\gamma \approx 88,6^\circ$.

2. Lösungsweg

Erst ermitteln wir b mit dem Kosinussatz.

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 54^\circ.$$

Daraus folgt: $b \approx 4,0$ cm.

Wir arbeiten nun mit dem Sinussatz.

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{c \sin \beta}{b} = \frac{5 \sin 54^\circ}{4}$$

Statt γ liefert aber der Taschenrechner eine Fehlermeldung. Daraus folgt:

Antwort: Es gibt kein Dreieck mit diesen Angaben.

Die zwei Lösungswege haben zu zwei unterschiedlichen Ergebnissen geführt.

Widerspruch! – Was ist richtig? Was ist falsch? Warum?