

Schlaue Leute werden durch die Fehler von anderen klug

Weitere Informationen zu den Aufgaben und zum Wettbewerb finden sich unter <http://www.wurzel.org/werkstatt>.

Aufgabe 8

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung:

$$2 - \frac{7}{3+x} = \frac{2x-1}{5-x}$$

1. Lösungsweg

Wir bringen die linke Seite der Gleichung auf den Hauptnenner.

$$\begin{aligned} \frac{2(3+x)}{3+x} - \frac{7}{3+x} &= \frac{2x-1}{5-x} \\ \frac{2x-1}{3+x} &= \frac{2x-1}{5-x} \end{aligned}$$

Da die zwei Zähler gleich sind, müssen die Nenner auch gleich sein:

$$\begin{aligned} 3+x &= 5-x \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Antwort: $\mathbb{L} = \{1\}$

2. Lösungsweg

Wir bringen alle Terme auf den Hauptnenner, nachher wird mit diesem multipliziert.

$$\begin{aligned}\frac{2(3+x)(5-x)}{(3+x)(5-x)} - \frac{7(5-x)}{(3+x)(5-x)} &= \frac{(2x-1)(3+x)}{(3+x)(5-x)} \\ 2(3+x)(5-x) - 7(5-x) &= (2x-1)(3+x) \\ 2(15+2x-x^2) - 35+7x &= 6x+2x^2-3-x \\ -5+11x-2x^2 &= 5x+2x^2-3 \\ -4x^2+6x-2 &= 0\end{aligned}$$

Diese quadratische Gleichung hat als Lösungen $x_1 = 1$ und $x_2 = 0,5$.

Antwort: $\mathbb{L} = \{1; \frac{1}{2}\}$

Die zwei Lösungswege haben zu zwei unterschiedlichen Ergebnissen geführt.

Widerspruch! – Was ist richtig? Was ist falsch? Warum?